

Epreuve de PHYSIQUE pour le Concours d'ingénieur à l'EPO
SESSION 2020

Cette épreuve comporte 04 parties indépendantes
Durée : 04 heures

Partie 1 : Thermodynamique.

L'ingénieur allemand Rudolf Diesel (1858-1913) inventa un moteur à combustion interne par auto-allumage en 1893. Le cycle thermodynamique associé à ce moteur est représenté figure A en coordonnées de Watt $P = f(V)$:

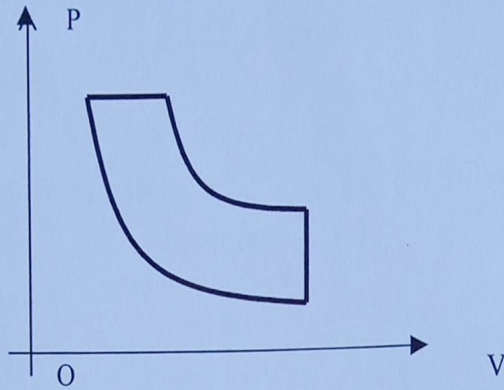


Figure A

Les moteurs Diesel actuels fonctionnent suivant un cycle théorique modifié appelé cycle de Sabathé : il diffère du précédent par une combustion en deux étapes. Il est constitué des transformations suivantes (figure B) :

- A-B : compression adiabatique réversible
- B-C : combustion isochore
- C-D : combustion isobare réversible
- D-E : détente adiabatique réversible
- E-A : détente isochore

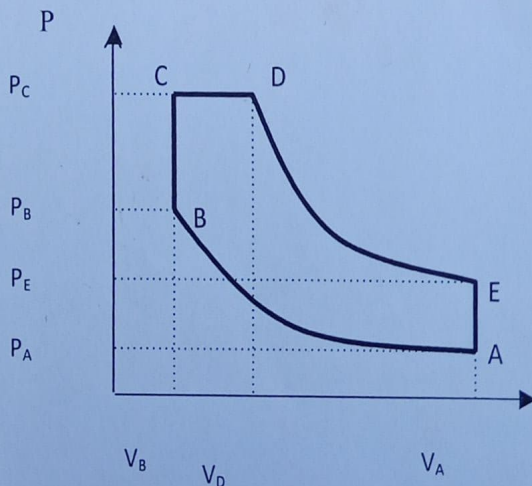


Figure B

On considère n moles de gaz supposé parfait décrivant le cycle et on pose :

$\gamma = C_{p,m}/C_{v,m}$ avec $C_{p,m}$ et $C_{v,m}$ les capacités thermiques molaires à pression et volume constants

$\alpha = V_A/V_B$: rapport volumétrique de compression

$\beta = V_D/V_C$: rapport volumétrique de combustion

$\delta = P_C/P_B$: rapport de surpression de combustion

Chaque état i sera caractérisé par P_i , V_i et T_i respectivement pression, volume et température.

Q1. Exprimer P_B et T_B en fonction P_A , T_A , α et γ .

Q2. Déterminer les transferts thermiques échangés par n moles de gaz au cours de chaque transformation Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} , Q_{DE} , Q_{EA} en fonction des températures T_A , T_B , T_C , T_D , T_E , des capacités thermiques molaires $C_{v,m}$, $C_{p,m}$ et de n .

Q3. Après avoir défini le rendement thermodynamique (ou efficacité thermodynamique) pour un moteur que l'on notera η , l'exprimer en fonction des températures et de γ .

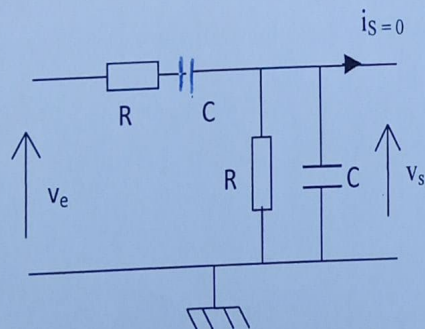
Q4. Montrer que η peut se mettre sous la forme :

$$\eta = 1 - \frac{\delta \cdot \beta^\gamma - 1}{[\delta - 1 + \delta \cdot \gamma \cdot (\beta - 1)] \cdot \alpha^{(\gamma-1)}}$$

Partie 2 : Electronique

Exercice 1 : Etude d'un filtre de WIEN

Soit le filtre ci-dessous où les résistances R sont identiques, ainsi que les capacités C des condensateurs.



Filtre en régime sinusoïdal permanent

Le filtre est alimenté par une tension d'entrée $V_e = V_e \cos(\omega t)$.

A la sortie, on a alors une tension $V_s = V_s \cos(\omega t + \varphi)$. Il n'y a pas de charge à la sortie. On associe à ces tensions les grandeurs complexes :

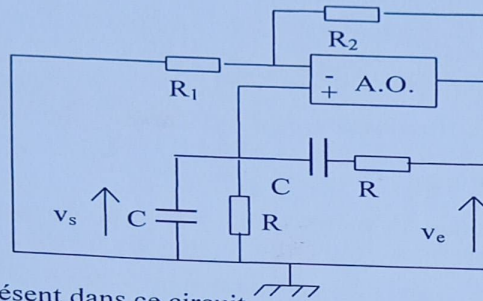
$$\underline{v_e} = \underline{V_e} e^{j\omega t} \text{ avec } \underline{V_e} = V_e \text{ et } \underline{v_s} = \underline{V_s} e^{j\omega t} \text{ avec } \underline{V_s} = V_s e^{j\varphi}$$

Etablir la fonction Transfert sous la forme $\underline{H} = \frac{A}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$

En précisant les valeurs A , de Q et de l'expression ω_0 en fonction de R et C .

Exercice 2: Oscillateur quasi-sinusoïdal

Le filtre de Wien est couplé à un amplificateur opérationnel (A.O.) parfait, dont le fonctionnement est supposé linéaire : voir schéma ci-dessous.



Aucun générateur n'est présent dans ce circuit.

- 1- Qu'appelle-t-on amplificateur opérationnel 'parfait' (ou idéal) ? Que signifie l'expression 'fonctionnement linéaire' ?
- 2- Etablir la relation reliant v^- , potentiel à l'entrée inverseuse de l'A.O., et v_e en fonction de R_1 et R_2 .
- 3-a : En déduire que l'équation différentielle suivie par $v_s(t)$ est :

$$\frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \left[1 - Q \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) \right] \frac{dv_s}{dt} + \omega_0^2 v_s = 0$$

- 3-b : A quelle condition la solution de cette équation est-elle purement sinusoïdale ?
- 3-c : Que se passe-t-il si le terme $\left[1 - Q \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) \right]$ est strictement négatif ? Quel est alors le mode de fonctionnement de l'amplificateur opérationnel ?

Partie 3 : Electromagnétisme

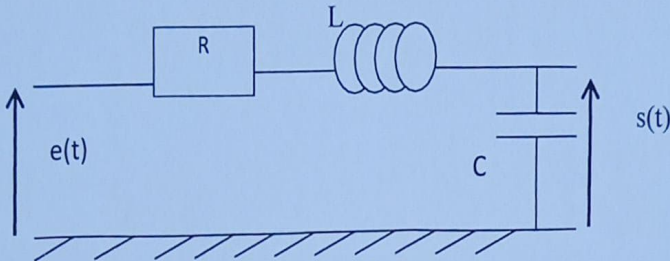
On considère une spire circulaire de rayon R et de centre O parcourue par un courant d'intensité I constante.

- 1- Déterminer le champ magnétique créé par cette distribution au point M de son axe $z'Oz$
- 2- Donner l'allure des courbes de champ
- 3- Déterminer l'expression du champ magnétique au point O .

Partie 4 : Electrocinétique

On étudie le circuit linéaire ci-dessous.

Il est composé de trois dipôles en série : une résistance R , une inductance parfaite de coefficient d'induction L , et d'un condensateur de capacité C .



Il est soumis à une tension d'entrée sinusoïdale $e(t) = Em \cos(\omega t - \varphi)$. On note $s(t)$ la tension de sortie.

En notation complexe, on notera, pour $e(t)$ par exemple, $\underline{e} = \underline{Em} e^{j\omega t} = Em e^{j\varphi} e^{j\omega t}$ avec $\underline{Em}$ l'amplitude complexe

1. A l'aide de deux schémas équivalents du circuit, l'un en hautes fréquences, l'autre en basses fréquences, donner la nature de ce filtre.
2. Fonction de transfert
 - a. Etablir la fonction transfert de ce filtre sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} + (j\frac{\omega}{\omega_0})^2} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et } Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$$

Donner l'ordre de ce filtre.

- b. Si $e(t)$ est une fonction quelconque du temps (non sinusoïdale), quelle est l'équation différentielle entre les fonctions $s(t)$ et $e(t)$?
Pour quelle raison peut-on affirmer la convergence du régime transitoire ?
- 3- Exprimer le module de la fonction de transfert $|\underline{H}(j\omega)|$ en fonction de ω , ω_0 et Q .
- 4- Montrer $|\underline{H}(j\omega)|$ que passe par un maximum pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$. Comment appelle-t-on ce phénomène ? Déterminer ω_r , la pulsation correspondant à ce phénomène, en fonction de ω_0 et Q .

Text : The Telecommunications Industry Revolutionizing Africa

The telecommunications industry has been one important pillar in Africa that is lifting the continent up and putting it in the spotlight again. Telecommunication and technology in general are boosting Africa's growth. Mobile subscription keeps increasing which reflects positively on mobile operators' revenues and on the countries' economic growth. Mobile technology is set to generate further growth for the continent, mostly because the African population continues to increase.

In addition to mobile technology, many innovations and trends are shaping the African market. A continent facing unemployment, poverty and lack of governance is using technology to fight these three issues among many others. The telecommunications infrastructure plays a key role in addressing these challenges.

Education is another field where ICTs can be of a great value and can play a key role in reducing illiteracy. In fact, the rise of automation and technological advancements are helping to revamp the educational systems in Africa. Furthermore, to facilitate the expansion of digital learning, governments should create common learning platforms and introduce regulations that support innovation. Local governmental entities should provide their input at the levels of planning, investment, and implementation phases to customize programs.

Africa is now a breeding ground for startups and young entrepreneurs. All types of startups across African countries are making their way through and are succeeding at the regional and even global levels. Mobile Money is one of the most developed technologies in Africa. Countries were able to leverage this technology and mobile operators are now racing to launch their own mobile money platforms. In fact, a research conducted by Citi Group has shown that three African were among the top 10 countries in the world to adopt Mobile Money. Ghana, Tanzania and Uganda were able to identify the benefits of this technology and its impact on the economy. Nigeria and Egypt are also two potential markets for mobile money solutions.

International companies have already realized the potential that the African continent holds and has started investing in it. Partnerships and collaborations are a crucial element in the development of the telecommunications sector in any country. The opportunities that technology brings are endless and with the way it looks now, Africa has started to grasp them. According to the United Nations, more than half of global population growth between now and 2050 is expected to occur in Africa and mobile networks will be the bridge to connect the continent. The continent is embracing the new technologies and even though it might have a long way ahead, it is ready now to embark on its digital journey.

Adapted from www.telecomreviewafrica.com, 4 December 2018

I Guided commentary (7 points)

- 1) Why is telecommunication considered as an important pillar in Africa according to the text? (1 point)
- 2) Basing on the text, state two options that governments can take to improve e-learning (2points)

- 3) In your own words, explain how telecommunications can help to fight against poverty, unemployment and bad governance as stated in the text (4points)

II. Vocabulary : Explain the following expressions in bold (4points)

- 1) The telecommunications industry has been one important pillar in Africa that is **lifting the continent up and putting it in the spotlight again**. (1point)
- 2) Africa is now **a breeding ground** for startups and young entrepreneurs. (1point)
- 3) All types of startups across African countries **are making their way through** and are succeeding. (1point)
- 4) The continent is embracing the new technologies and even though **it might have a long way ahead**. (1point)

III. Language Practice (5 points)

- 1) My father and Ishopping every Saturday when I was a child.
a. have gone b. Will go c. went d.gone
- 2) We enjoyed seeing one another
a. they're b.their c.there d.than
- 3) I wish Iher number.
a. know b.knew c. had known d. have known
- 4) Had I had my address book, I.....a postcard.
a.have sent b. would send c. would have sent d.sent
- 5) We'd arrive too early if wethe 8.30 train.
a. take b.took c.had taken d.would take
- 6) I am learning to sing. This is the first time I.....in public.
a. sing b.am singing c.have sung d.sang
- 7) Moussa is having his hair.....
a. cuts b.cut c.being cut d.been cut
- 8) I was invited to two graduation ceremonies last week but I did not go to.....
a. any of them b. either of them c. neither of them d.none of them
- 9) How often to the dentist ?
a. do you go b. have you gone c.are you gone d. have you gone
10. This book is worth
a. reading b. reads c. to read d. read

IV. Translate the following sentences into French (4points)

1. International companies have already realized the potential that the African continent holds and has started investing in it. (1point)
2. Partnerships and collaborations are a crucial element in the development of the telecommunications sector in any country. (1point)
3. The opportunities that technology brings are endless and with the way it looks now, Africa has started to grasp them. (1point)
4. According to the United Nations, more than half of global population growth between now and 2050 is expected to occur in Africa. (1point)

CONCOURS DE RECRUTEMENT - CYCLE INGENIEUREPREUVE D'ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION LANGAGE C*3 heures - sans document*Exercice 1 (Algorithmique) (6 points)

On désire calculer le montant de la facture d'électricité par mois d'un abonné de la Sonabel sachant qu'il paye des frais fixes d'abonnement à 425 F le mois, même s'il n'a rien consommé et que la grille de tarification est la suivante :

- 75 F par kWh pour les 100 premiers kWh;
- 50 F par kWh pour les 150 kWh suivants;
- 35 F par kWh pour la fraction de la consommation qui excède 250 kWh.

Proposez un algorithme qui demande la consommation mensuel de l'abonné en kWh, puis calcule et affiche le montant de sa facture mensuelle d'électricité.

Exercice 2 (Programmation) (7 points)

- Proposer une fonction en langage C qui prend en paramètre un entier et retourne 1 si le nombre est premier et 0 sinon. On rappelle qu'un nombre est premier si ses diviseurs sont 1 et lui-même.
- Ecrire un programme en langage C qui lit 10 entiers au clavier puis les trie par ordre croissant et les affiche à l'écran.

Exercice 3 (QCM - connaissance du langage C) (7 points)

1- Quel est le résultat produit par cet exemple de code ?

```
int a = 3;
int b = 7;
int res = ++a + ++b;
printf( "%d - %d - %d", a, b, res );
```

- 4 - 8 - 8
- 4 - 8 - 10
- 4 - 8 - 12
- 4 - 8 - 16

2- L'instruction «switch» sert à éviter des instructions :

- while... imbriquées.
- do... while imbriquées.
- if... else... imbriquées.
- for... imbriquées.

3-Considérons la déclaration de variable suivante :

```
int a = 10;
```

Qu'elle est la taille (en nombre d'octets) de la variable a ?

- a) 2 octets
- b) 4 octets
- c) 8 octets
- d) Indéterminable sans connaître la plate-forme d'exécution (16bits, 32bits ou 64bits).

4- On définit les variables de la manière suivante :

```
int in;
int tabint[10];
char car;
int *ptint;
char *ptchar ;
```

Cocher ce qui est juste :

- a) `ptint = ∈ *ptint = 12;`
- b) `ptint=&tabint; *ptint=4;`
- c) `ptchar = &car; *ptchar = 'a';`
- d) `tabint[in]` est équivalent a `*(tabint + in)`
- e) `ptint=tabint; *ptint=4;`

5- Peut-on changer la taille d'un tableau en cours d'exécution du programme ?

- a) Oui, en affectant une nouvelle valeur à la variable définissant la taille du tableau.
- b) Non, c'est impossible.
- c) Oui, en redéfinissant la valeur de la constante indiquant la taille du tableau

6- Soit P un pointeur qui 'pointe' sur un tableau A:

```
int A[] = {12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89, 90};
```

```
int *P;
```

```
P = A;
```

Quelle valeur correspond à : `*(P+*(P+8)-A[7])`

- a) 14
- b) 33
- c) 23

7- Comment fait-on pour déclarer un tableau dont les éléments sont de types différents ?

- a) `Type_case répertoire [M]` ; et on précise le type des variables à chaque entrée.
- b) C'est impossible

8- Choisir la structure de boucle adéquate

Si le nombre d'itérations est connu, il est préférable d'utiliser :

- a) `while...`
- b) `do... while`

- c) for...

9- Choisir la structure de boucle adéquate.

Si le nombre d'itérations n'est a priori pas connu, et que l'on désire passer au moins une fois dans la boucle, on utilise :

- a) while...
- b) do... while
- c) for...

10- Quelle est la différence entre un tableau et un enregistrement ?

- a) Un tableau peut contenir des données de types différents, tandis qu'un enregistrement ne le peut pas.
- b) Un enregistrement peut contenir des données de types différents, tandis qu'un tableau ne le peut pas.
- c) Tous deux peuvent contenir des données de types différents, mais l'enregistrement occupe moins de place mémoire.
- d) Tous deux peuvent contenir des données de types différents, mais l'enregistrement permet un accès mémoire plus rapide

11. On considère la déclaration suivante :

```
#define MAX maxint
```

```
struct TIMBRE{
```

```
    int prix ;
```

```
    char origine[20] ;
```

```
    int annee ;
```

```
    char image[20] ;
```

```
    char couleur[20];
```

```
} ;
```

```
struct TIMBRE COLLECTION [MAX];
```

```
// Une collection est un tableau de timbres
```

Comment accède-t-on à l'année du 3ème timbre de la collection?

- a) COLLECTION [2, 2]
- b) COLLECTION [2]. annee
- c) COLLECTION [2, annee]
- d) COLLECTION.annee[2]
- e) COLLECTION.annee

CONCOURS D'ENTRÉE DANS LES GRANDES ÉCOLES
Sujet de Mathématiques**Durée: 04h00**

Ce sujet comprend une épreuve d'analyse et une épreuve d'algèbre. Si vous estimez qu'une erreur s'est glissée dans l'énoncé, signalez là en le justifiant. Poursuivre l'exercice après avoir rectifié l'erreur. Le barème est à titre indicatif.
Aucun document n'est autorisé.

Épreuve d'Analyse**Exercice 1. (5 points)**

On pose $f(n) = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer que la suite $(f(n))$ est positive et décroissante. Donner une relation de récurrence entre $f(n)$ et $f(n-1)$.
2. Montrer que pour tout $f(n) = \frac{n!}{e} \left(e - \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \right)$.
3. Montrer que l'on a $\frac{1}{e(n+1)} \leq f(n) \leq \frac{1}{n+1}$.
4. En déduire la nature des séries $\sum_{n=1}^{+\infty} f(n)$, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f(n)}{n}$ et $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n f(n)$.
5. Déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n=1}^{+\infty} f(n)x^n$.

Exercice 2. (5 points)

Intégrer l'équation différentielle :

$$\alpha y' + \beta y + \gamma = 0; \quad y(0) = y_0 :$$

Une balle de masse m est projetée verticalement avec une vitesse initiale v_0 à l'instant $t_0 = 0$. Son mouvement est freiné par son poids mg et une force de frottement proportionnelle à sa vitesse $V(t)$. On notera p le coefficient de proportionnalité.

1. Établir que sa vitesse $V(t)$ à l'instant t est :

$$V(t) = \left(v_0 + \frac{mg}{p} \right) e^{\frac{-pt}{m}} - \frac{mg}{p}.$$

2. Montrer alors que la hauteur $h(t)$ atteinte par la balle est

$$h(t) = \frac{m}{p} \left(v_0 + \frac{mg}{p} \right) \left(1 - e^{\frac{-pt}{m}} \right) - \frac{mgt}{p}.$$

3. Application :

Déterminer la hauteur maximale atteinte ⁽¹⁾ par la balle sachant que :
 $m = 1\text{kg}$, $g = 10\text{ms}^{-2}$, et $p = 10^{-1}$; $v_0 = 20\text{m/s}$

¹(La hauteur maximale est atteinte pour $V(t) = 0$)

Épreuve d'Algèbre

Exercice 3. (5 points)

Soient $F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z + t = 0; 2x - y - z + t = 0\}$ et $G = \text{vect}(v_1, v_2)$ où $v_1 = (1, 1, 1, 1)$ et $v_2 = (2, -1, -1, 1)$.

1. Montrer que F est un $\mathbb{R}$ -espace vectoriel.
2. Déterminer une base de F .
3. F et G sont-ils supplémentaires dans $\mathbb{R}^4$? Justifier.
4. On considère l'application $s : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^4 = F \oplus G & \longrightarrow & \mathbb{R}^4 \\ x = x_1 + x_2 & \longmapsto & x_1 - x_2; \end{array}$ s est appelée symétrie par rapport à F parallèlement à G .
 - a) Montrer que s est un endomorphisme de $\mathbb{R}^4$.
 - b) Calculer $s^2(x)$ où $x = x_1 + x_2; x_1 \in F, x_2 \in G$.
 - c) Dédire de la question précédente que s est bijective et déterminer s^{-1} .

Exercice 4. (5 points)

Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$ où $\mathbb{C}$ est l'ensemble des nombres complexes.

1. Montrer que $P(X) = X^3 - 1$ est le polynôme caractéristique de A .
2. Déterminer les valeurs propres de A .
3. Déterminer les vecteurs propres de A .
4. En déduire que A est diagonalisable.
5. Soit $B = aI_3 + bA + cA^2$; où $a, b, c \in \mathbb{C}$ et I_3 désigne la matrice identité d'ordre 3.
 - a) Montrer que B est diagonalisable.
 - b) En déduire les valeurs propres de B .